１．目的

　水銀ランプ、水素ランプで原子の発光スペクトルの波長を測定し、原子のエネルギー準位について理解する。

２．原理

周波数条件

原子は、原子核の周りを回転する電子で構成されている。しかし、電子は好きな軌道を選ぶことはできない。特定のエネルギーをもつ軌道に制限されているのだ。つまり、静止している原子がもつエネルギーは任意の値をとるのではなく、各状態に対応したとびとびの値…をとる。この値を固有エネルギー、各状態を**エネルギー準位**という。あるエネルギー準位から別のエネルギー準位に移ることは可能（これを**遷移**という）だが、決められたエネルギー準位以外のエネルギーをもつ軌道には、決して移ることはない。番目の状態からそれよりエネルギーの低い番目の状態へ遷移して光を放出するとき、その光の周波数は

　　（１）

で与えられる。はプランク定数である。反対に番目の状態から番目の状態へ遷移するときは、周波数の光を吸収する。

水素原子に量子論を適用してエネルギー準位を計算すると・・・

電子の軌道には安定な**定常状態**が存在し，その軌道上を回る電子は古典電磁気学に反して光を放出しない。定常状態とはどんなものだろうか？水素原子について考える。

水素原子は原子核が +e の電荷をもった陽子１個でできていて，その周りを -e の電荷をもった電子が１個だけ回っている最も簡単な構造の原子である。電子に働く力のうち万有引力はクーロン力に比べて小さいので無視すると，半径 r の円軌道上を運動している電子の運動方程式は



と書ける（ｍは水素原子の質量、ｖは速さ、は真空の誘電率）。よって電子は

　　　　　（２）

の速さで走っていなければならない（このときクーロン力と遠心力がつり合う）。  
このときの電子のド・ブロイ波長は

　　　　　（３）

となる。

定常状態というのはこの**ド・ブロイ波が定在波になる**ような状態のことである。つまり，電子が円軌道を１週したときにド・ブロイ波の位相が元に戻るような軌道のみが許されるということである。  
　円周の長さがド・ブロイ波長の整数倍という条件

　

に (３) 式を代入して r について解いてやると，定常状態の軌道半径が

　　　　　（４）

と求まる。このように定常状態の軌道半径は n によってとびとびの値をとる。

　では定常状態にある電子のエネルギーはどうなるかというと，もちろんこれもとびとびになる。  
電子のエネルギーは運動エネルギーとクーロンポテンシャルの和で書けて，(２) 式と (４) 式を代入すれば

　　　　　（５）

となる。

(４) 式と (５) 式を見ればわかるように，n=1 のときに電子のエネルギーは最低となり，軌道半径は最小である。このようにエネルギーが最も低い定常状態のことを**基底状態**という。  
これに対して n が 2 以上の状態を**励起状態**という。（水素原子の場合は電子が１個だから）n を大きくするとエネルギーはだんだん増えて 0 に近づき，軌道半径は無限に大きくなっていく。

リドベリ定数を求める

　放出または吸収される光の周波数は（１）式と（５）式から

　　　　　（６）

となる。真空中の光速度をとすると、真空中の波長は/で与えられる。また、波長の逆数を**波数**といい、（６）式より

　　　　　（７）

となる。ここで、

　　　　　（８）

である。を**水素原子のリドベリ定数**という。これに対して、

　　　　　（９）

で定義されるを単に**リドベリ定数**という（は電子の質量）。

原子スペクトル

　前述したように、電子が原子に束縛されている場合には、エネルギー準位とよばれるとびとびのエネルギー状態にあって、上下の準位に遷移することがある。上の準位から下の準位へ遷移する場合は、両準位のエネルギー差に相当する波長の光を放出する。逆の場合、光を吸収する。このような状態を観測すると、**線スペクトル**が生じることになる。

　本実験では、水銀原子のスペクトルを基準として水素原子のスペクトルの波長を測定し、これからリドベリ定数を算出した。

３．実験方法

①分光計、水銀ランプ、水素ランプを用意した。

②正確な測定をするために、分光計の望遠鏡と回折格子面の調整をした。

③水銀ランプをスリットの近くに置き、部屋を暗くし、望遠鏡を覗きながらの範囲でスペクトル線を探した。

④色がθとともにどのように変化するかを観察し、各線の回折の次数の見当をつけた。

⑤各線について色と回折角を記録した。

⑥光源を水素ランプに置き換えて、同様の観察と測定をした。

⑦実験書の６０ページに従って、リドベリ定数を計算した。

４．実験結果

格子定数の決定

　水銀のスペクトルの波長を既知として、格子定数を求める。

（求め方）

ひとまずｍｍとして、各θに対して

　　　　　（１０）

からλを計算する（ｍは次数）。そして、実験書から各波長の正しい値をみつける（対応のつかないものはそのままにする）。対応のついた正しい波長とθから再び（１０）式を使ってを計算し、の平均値と平均値の平均自乗誤差を計算する。

（結果）

水銀原子のスペクトルの色、回折角θ、波長λは**表１**のようになった（波長λ[正値]とsinθの関係を**グラフ１**に示す）。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 表１ | | | | | |
| 次数ｍ | 色 | 回折角θ(度） | sinθ | 波長λ(nm) | 波長λ[正値](nm) |
| 1 | 濃紫 | 14.033 | 0.2424 | 404.13 | 404.66 |
| 紫青 | 15.167 | 0.2616 | 436.06 | 435.83 |
| 若竹色 | 17.167 | 0.2951 | 491.93 | 491.61 |
| 緑 | 19.133 | 0.3277 | 546.27 | 546.07 |
| 黄 | 20.267 | 0.3463 | 577.33 | 576.96 |
| 黄 | 20.350 | 0.3477 | 579.59 | 579.07 |
| 2 | 濃紫 | 29.050 | 0.4855 | 404.64 | 404.66 |
| 紫青 | 31.400 | 0.5210 | 434.17 | 435.83 |
| 若竹色 | 36.000 | 0.5877 | 489.82 | 491.61 |
| 緑 | 40.750 | 0.6527 | 543.96 | 546.07 |
| 黄 | 43.717 | 0.6910 | 575.91 | 576.96 |
| 黄 | 43.800 | 0.6921 | 576.78 | 579.07 |

これをもとに格子定数の平均値および平均値の平均自乗誤差を求めたら、**表２**のようになった（表１のそれぞれの結果から求められる格子定数の値を、の平均値をとし、と定める）。

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 表２ | | | |
|  | （ｍｍ） | ｍｍ） | ｍｍ |
| 1 | 1.6694 | 0.00032 | 0.01024 |
| 2 | 1.6660 | -0.00308 | 0.94864 |
| 3 | 1.6659 | -0.00318 | 1.01124 |
| 4 | 1.6664 | -0.00268 | 0.71824 |
| 5 | 1.6661 | -0.00298 | 0.88804 |
| 6 | 1.6654 | -0.00368 | 1.35424 |
| 7 | 1.6670 | -0.00208 | 0.43264 |
| 8 | 1.6731 | 0.00402 | 1.61604 |
| 9 | 1.6730 | 0.00392 | 1.53664 |
| 10 | 1.6733 | 0.00422 | 1.78084 |
| 11 | 1.6699 | 0.00082 | 0.06724 |
| 12 | 1.6734 | 0.00432 | 1.86624 |
| 合計 | 20.0289 | 0 | 12.23028 |

表２より、求められる格子定数の平均は

＝1.66908 (mm)

平均自乗誤差は



以上より求められた格子定数は

= (mm)

である。

リドベリ定数の算出

　計算によって得られた格子定数を使って水素スペクトルの波長を計算し、リドベリ定数を算出する。

（求め方）

の平均値を使って、（１０）式より水素スペクトルの波長と波数を計算する。それぞれのに対して（７）式によってを計算し、その平均値を求め、を求める。

（結果）

水素原子のスペクトルの色、回折角θ、波長λは**表３**のようになった。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 表３ | | | | | |
| 次数ｍ | 色 | 回折角θ(度） | sinθ | 波長λ(nm) | 波長λ[正値](nm) |
| 1 | 紫 | 15.100 | 0.2605 | 434.80 | 434.05 |
| 青緑 | 17.000 | 0.2924 | 488.04 | 486.13 |
| 赤 | 20.650 | 0.3527 | 588.69 | 対応なし |
| 赤 | 23.167 | 0.3934 | 656.62 | 656.29 |
| 2 | 紫 | 31.500 | 0.5225 | 436.05 | 434.05 |
| 青緑 | 35.500 | 0.5807 | 484.62 | 486.13 |
| 緑 | 42.433 | 0.6747 | 563.07 | 対応なし |
| 赤 | 51.717 | 0.7850 | 655.12 | 656.29 |

次に、表３のうち、対応のとれたスペクトルの波数を求めた。そして、から水素原子のリュードベリ定数の平均値および平均値の平均自乗誤差を求めたら、**表４**のようになった（から求められる水素原子のリュードベリ定数の値を、の平均値をとし、と定める）。

＊注＊

水素原子のリュードベリ定数を求める式は波数を用いて表すと、（7）式より  
　　　　　　　　　　  
であるが、ここで、およびはエネルギー準位を表し、いまｎ≧３からｎ＝２へ遷移を示す可視光の**バルマー系列**を観測しているから、＝２，紫･青緑･赤のスペクトルについてそれぞれ＝５，４，３とおいて計算する。

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 表4 | | | | |
|  | () | () | () | () |
| 1 | 2.2999 | 1.0952 | -0.00082 | 0.06724 |
| 2 | 2.0490 | 1.0928 | -0.00322 | 1.03684 |
| 3 | 1.5230 | 1.0966 | 0.00058 | 0.03364 |
| 4 | 2.2933 | 1.0920 | -0.00402 | 1.61604 |
| 5 | 2.0635 | 1.1005 | 0.00448 | 2.00704 |
| 6 | 1.5264 | 1.0990 | 0.00298 | 0.88804 |
| 合計 |  | 6.5761 | 0.00000 | 5.64884 |

表４より、求められるリュードベリ定数の平均は  
　　　　　　　　　　　　　＝1.09602  
平均自乗誤差は  
　　　　　　  
以上より求められた水素原子のリュードベリ定数はは  
　　　　　　　　　　　＝1.09600.0014（）  
さて、(8)(9)式より、リュードベリ定数は水素のリュードベリ定数において→としたものであり、である。したがって、である。以上より、  
　　　　　

５．考察  
実験値と理論値を比較してみる。(8)(9)式に  
　　　電子の電荷　真空の誘電率  
　　　プランク定数　光速  
　　　電子の質量  
を代入すると、  
　　　　　　　　　  
　　　　　　　　　  
である。これを実験値と比べると、ほぼ一致している。実験値に含まれる誤差は小さく、よい測定をしたと思われる。はじめの分光計の調節をもっとしっかりやれば、より正確になっただろう。